Merania na optických sústavách

Teoretický úvod

V tejto úlohe si overíme základné vlastnosti najbežnejšie používaných opticky centrovaných sústav - šošovky, mikroskopu a transfokátora. Predpokladá sa znalosť z geometrickej optiky.

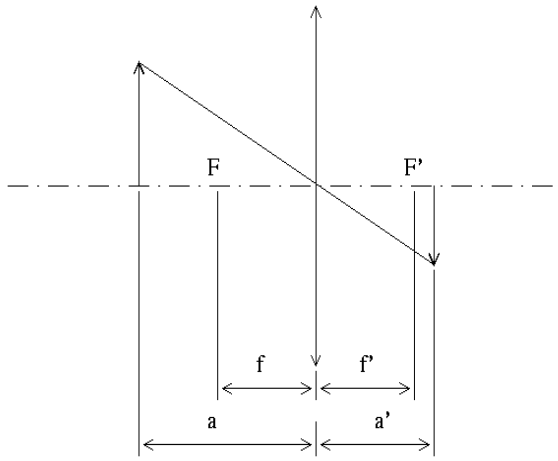
Šošovka a jej ohnisková vzdialenosť

Šošovka je homogénne a izotropné priehľadné prostredie ohraničené dvomi guľovými plochami. Ak sa lúče rovnobežné s optickou osou po prechode šošovkou zbiehajú, nazýva sa *spojná šošovka (spojka)*, ak sa lúče rozbiehajú, nazýva sa *rozptylná šošovka (rozptylka)*. Pre ohniskové vzdialenosti šošovky platí

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f'} = \left(\frac{n_{\check{S}}}{n_O} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) \tag{1}$$

kde f a f' sú *predmetová* a *obrazová ohnisková vzdialenosť*, $n_{\check{S}}$ je *index lomu* materiálu šošovky, n_O je index lomu okolia šošovky a r_1, r_2 sú polomery krivosti guľových plôch šošovky.

Najjednoduchšie a najrýchlejšie môžeme merať ohniskovú vzdialenosť tenkej šošovky priamo s použitím vrcholového tvaru zobrazovacej šošovky (obr. 1)



Obr. 1

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} = \frac{1}{f'} \tag{2}$$

odkiaľ

$$f = \frac{aa'}{a + a'} \tag{3}$$

Použitie tejto rovnice predpokladá, že vieme presne určiť polohu hlavných rovín šošovky. Tento nedostatok odstraňuje ďalšia metóda.

Predpokladajme, že je pevne daná predmetová a obrazová vzdialenosť l. Potom existujú len dve polohy (1 a 2) šošovky (obr.2), pri ktorých vzniká ostrý obraz. Ak označíme $l = a + a'$ z čoho $a' = l - a$ a dosadíme do vrcholového tvaru rovnice šošovky. Dostaneme

$$a_{1,2} = \frac{l \pm \sqrt{l^2 - 4lf}}{2} \tag{4}$$

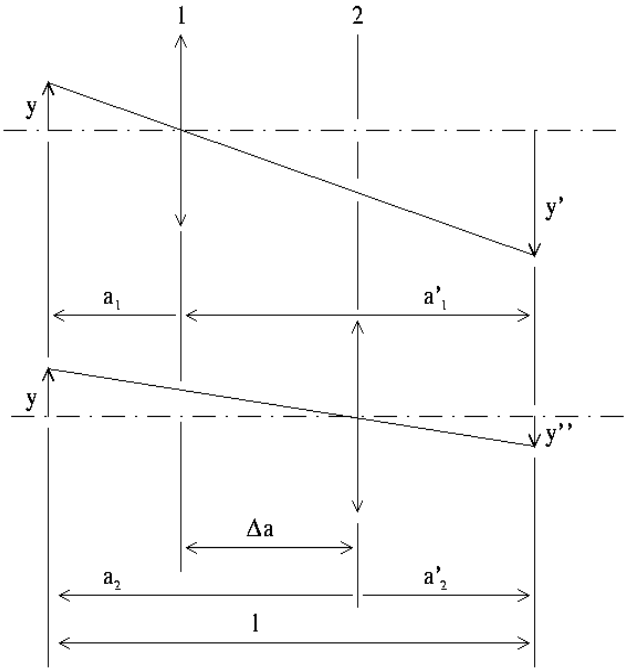
čo zodpovedá dvom situáciám na obr. 2, z ktorých vyplýva, že $\Delta\, a = a_2 - a_1$. Ak sem dosadíme riešenie (3) dostaneme

$$\Delta a = \frac{l + \sqrt{l^2 - 4lf}}{2} - \frac{l - \sqrt{l^2 - 4lf}}{2} = \sqrt{l^2 - 4lf}$$

odkiaľ

$$f = \frac{l^2 - (\Delta a)^2}{4l} \tag{5}$$

v ktorom nie je potrebná znalosť polohy hlavných rovín šošovky.



Obr. 2

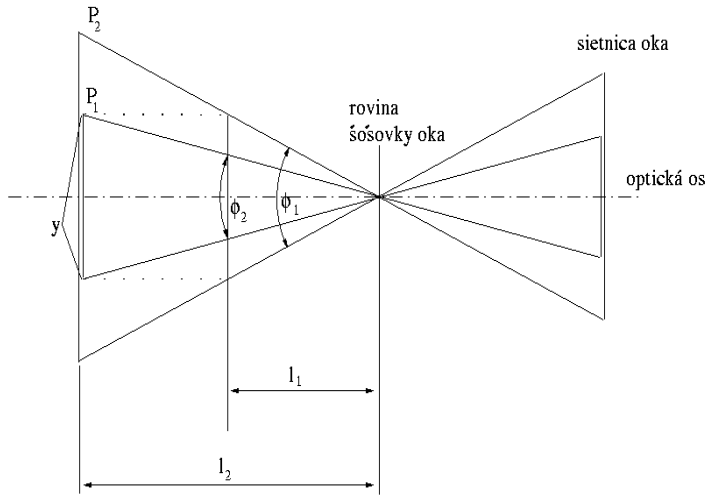
Uhlové zväčšenie lupy a jeho meranie

Veľkosť pozorovaného predmetu posudzujeme podľa zorného uhla, pod ktorým predmet vidíme, pričom mozog berie automaticky do úvahy i vzdialenosť predmetu. Ak je niektorý z týchto údajov chybne posúdený (najmä vzdialenosť), je chybne posúdená i veľkosť predmetu (obr. 3). Podľa obr. 3 vidíme, že dva rôzne predmety P1 a P2 vo vzdialenosti l_2 posúdime z hľadiska zorného uhla ako rovnako veľké. Drobné predmety preto približujeme k oku tak, aby sme zväčšili zorný uhol, pod ktorým ich vidíme.

Uhlové zväčšenie prístrojov definujeme

$$Z_u = \frac{\mathrm{tg}\ u}{\mathrm{tg}\ u_{25}} \doteq \frac{u}{u_{25}}$$

ak $u \to 0$. u_{25} je uhol, pod ktorým vidíme predmet normálnym voľným okom v konvenčnej vzdialenosti $l = 0.25$ m a u je uhol, pod ktorým vidíme tento predmet na optickom prístroji. Ak je l_2 rovné konvenčnej vzdialenosti predmetu P1, dosiahneme priblížením do vzdialenosti l_1 uhlové zväčšenie

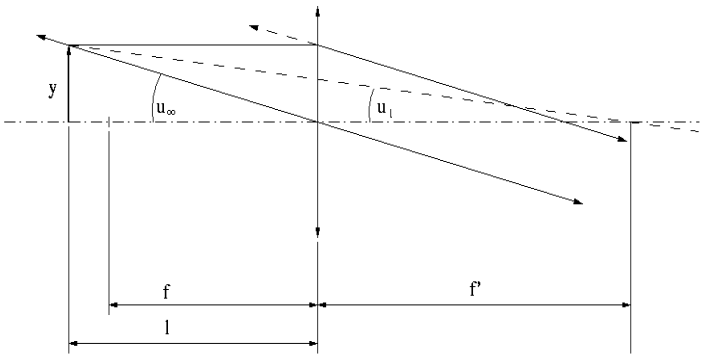


Obr. 3

$$Z_u = \frac{\mathrm{tg}\frac{\varphi_1}{2}}{\mathrm{tg}\frac{\varphi_2}{2}} = \frac{\frac{y/2}{l_1}}{\frac{y/2}{l_2}} = \frac{l_2}{l_1}$$

t.j. jeho schopnosť zmeniť optickú mohutnosť tak, aby obraz na sietnici bol ostrý, ktorú kompenzujeme použitím vhodnej optickej sústavy. Takou sústavou môže byť lupa pre malé zväčšenia alebo mikroskop pre veľké zväčšenia. Najjednoduchším optickým prístrojom je *lupa*, a to buď jednoduchá alebo zložená. Jej zväčšenie nie je konštantné, ale závisí od akomodácie oka. Dva krajné prípady sú:

- Zväčšenie pri neakomodovanom oku, t.j. oko je zaostrené na nekonečno. Tento prípad nastane vtedy, keď pozorovaný predmet leží v ohniskovej rovine lupy. Jeho obraz sa vytvorí v nekonečne, je virtuálny a oko ho pozoruje bez akomodácie (obr. 4).



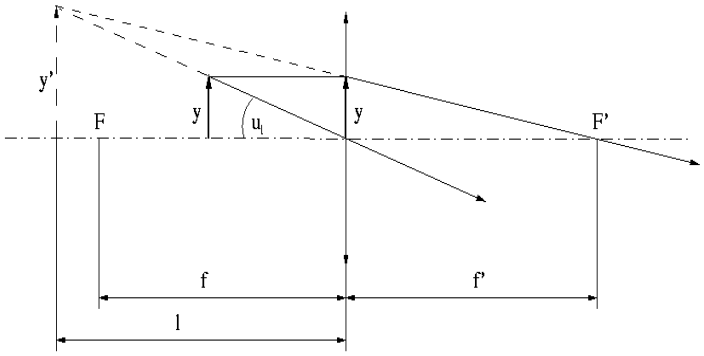
Obr. 4

Zväčšenie je dané vzťahom

$$Z_\infty = \frac{\mathrm{tg}\ u_\infty}{\mathrm{tg}\ u_{25}} = \frac{\frac{y}{f}}{\frac{y}{l}} = \frac{l}{f} \tag{6}$$

Z toho vidíme, že pre $Z_\infty > 1$ musí byť $f < l = 0.25$ m.

- Zväčšenie Z_l pri normálnej akomodácii oka na konvenčnú vzdialenosť l. Predmet musíme umiestniť do takej vzdialenosti od lupy, aby jeho virtuálny obraz vznikol v konvenčnej vzdialenosti od lupy.



Obr. 5

Tento obraz pozorujeme okom tesne priloženým k lupe, t.j. vzdialenosť oko-lupa $\to 0$.

Pre zväčšenie potom platí (obr. 5):

$$Z_l = \frac{\text{tg } u_l}{\text{tg } u_{25}} = \frac{\frac{y'}{l}}{\frac{y}{l}} = \frac{y'}{y} = \frac{l + f'}{f'} \tag{7}$$

z čoho

$$Z_l = \frac{l}{f} + 1 = Z_\infty + 1 \tag{8}$$

pretože pre lupu platí $f = f'$.

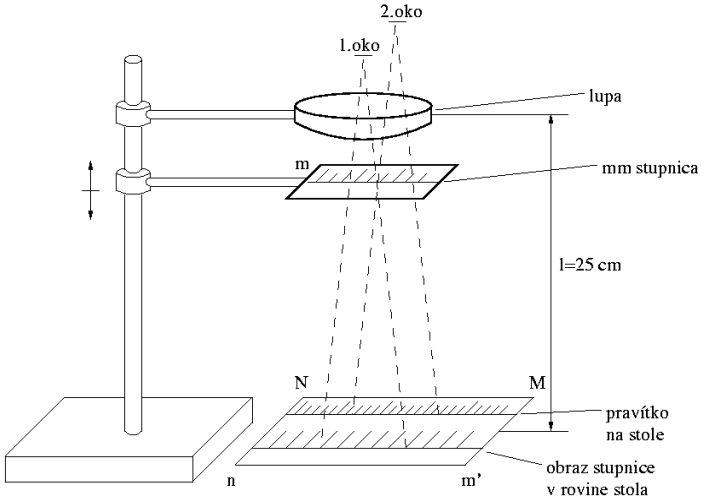
Zväčšenie lupy môžeme určiť výpočtom zo vťahu (8) a nameriame jej ohniskovú vzdialenosť, alebo určíme pomer uhlov u_l/u_{25}. Postupujeme nasledovne:

Lupu upevníme na stojan vo výške $l = 0.25$ m nad povrchom stola, na ktorý položíme ploché milimetrové meradlo M. Na posuvný držiak S pod lupou položíme milimetrové meradlo m tak, aby bolo rovnobežné. Potom jedným okom tesne priloženým k lupe pozorujeme stupnicu na stole (obr. 6). Posúvaním držiaka S dosiahneme zaostrenie oboch stupníc, ktoré sa budú prekrývať a zistíme počet N milimetrov meradla M, ktoré pripadajú na n milimetrov obrazu meradla m (obr. 6). Ak je zorný uhol, pod ktorým vidíme 1 mm voľným okom zo vzdialenosti 0.25 m a po zväčšení lupou u', ptom pre ľubovoľný uhol u platí

$$u = Nu_1 = nu_1' \tag{9}$$

odkiaľ

$$Z_l = \frac{u_1'}{u_1} = \frac{N}{n}$$



Obr. 6

Mikroskop a jeho zväčšenie

Na dosiahnutie väčších uhlových zväčšení, t.j. pri pozorovaní drobných objektov používame mikroskop. Mikroskop je centrovaná optická sústava zložená z dvoch spojných sústav- objektívu a okuláru.

Usporiadanie objektívu a okuláru i chod lúčov je vidieť na (obr. 7). Predmet y umiestnime vo vzdialenosti $\alpha = f_{ab} + \varepsilon$ pred objektívom a okulárom pozorujeme ako pod lupou zväčšený, skutočný a prevrátený obraz predmetu vytvoreného objektívom.

Ohnisková vzdialenosť objektívu f_{ob} je menšia ako ohnisková vzdialenosť okuláru f_{ok}.

Z obr. 7a, b môžeme pre uhlové zväčšenie mikroskopu písať

$$Z_m = \frac{\text{tg } u'}{\text{tg } u_l} = \frac{\frac{y'}{f_{ok}}}{\frac{y}{l}} = \frac{y f_{ok}}{y' l} \tag{10}$$

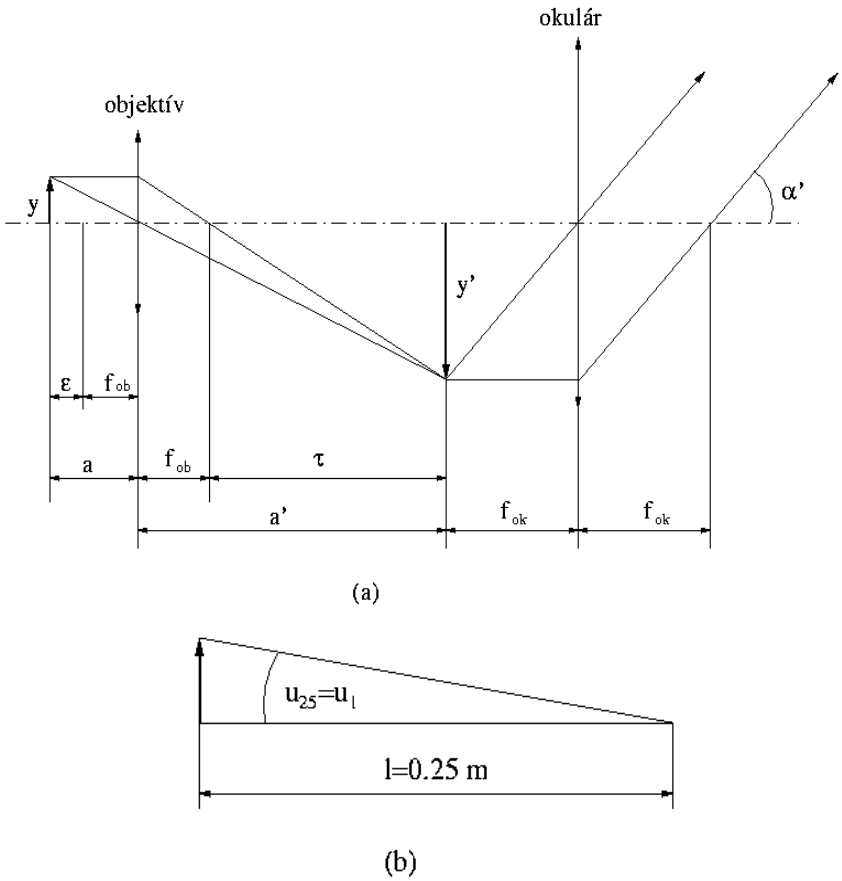
Keďže platí

$$\frac{y'}{y} = \frac{\tau}{f_{ob}}$$

kde τ je optický interval, potom vzťah (10) prejde na tvar

$$Z_m = \frac{\tau l}{f_{ob} f_{ok}} \tag{11}$$

Vzťah (11) nám slúži na výpočet zväčšenia mikroskopu ak poznáme f_{ob}, f_{ok} a τ.



Obr. 7

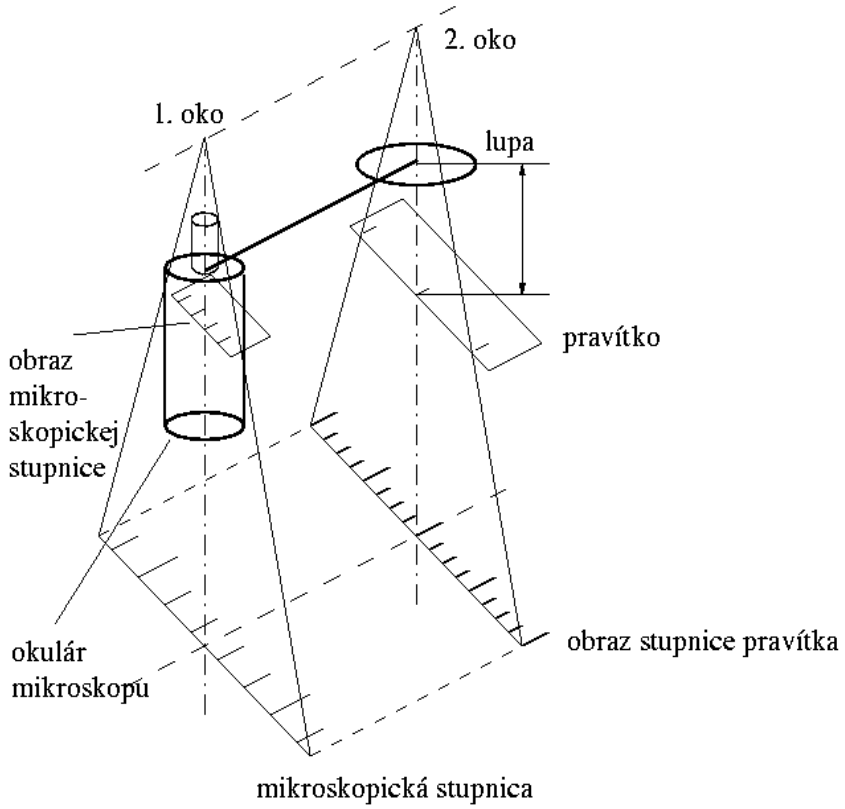
Experimentálne môžeme určiť zväčšenie priamo ako pomer uhlov u'/u_{25}.

Usporiadanie aparatúry k takémuto meraniu je naznačené na obr. 8. K okuláru mikroskopu je na ramienku upevnená lupa tak, aby vzdialenosť optických osí lupy a okuláru bola rovná vzdialenosti očí. Pod lupou umiestnime v ohniskovej vzdialenosti milimetrové meradlo a pod mikroskop umiestnime mikroskopickú stupnicu a zaostríme. Oči priložíme tesne k lupe a k mikroskopu a súčasne pozorujeme obidve rovnobežne upravené stupnice, ktoré sa prekrývajú. Zistíme, že sa n_m dielikov v mikrometrickej stupnici prekrýva s n_L dielikmi v lupe. Pre ľubovoľný zorný uhol u, v ktorom sa stupnice prekrývajú (obr. 8) potom platí

$$u = n_m u'_m = n_L u'_L$$

kde u'_m a u'_L sú uhly, pod ktorými vidíme 1 dielik cez mikroskop resp. cez lupu. Odtiaľ

$$\frac{u'_m}{u'_L} = \frac{n_L}{n_m} \tag{12}$$



Obr. 8

Zväčšenie však vzťahujeme k uhlu u'_L pod lupou. Pravú a ľavú stranu vzťahu (12) preto vynásobíme výrazom u'_L/u_{25} a dostaneme

$$Z_m = \frac{u'_m}{u_{25}} = \frac{u'_L}{u_{25}} \frac{n_L}{n_m}$$

pričom $u'_L/u_{25} = l/f$. Pre zväčšenie mikroskopu tak dostávame

$$Z_m = \frac{l}{f} \frac{n_L}{n_m} \tag{13}$$

Vo vzťahu (13) n_L a n_m je počet pozorovaných dielikov vyjadrený v rovnakých jednotkách. Nech na obr. 8 má lupa $f = 15$ cm a pod mikroskopom je mikroskopická stupnica s delením po 0.1 mm. Potom zväčšenie mikroskopu je

$$Z_m = \frac{l}{f} \frac{n_L}{n_m} = \frac{0.25 \text{ m}}{0.15 \text{ m}} \frac{10 \ 0.1 \text{ mm}}{2 \ 0.1 \text{ mm}} \doteq 83$$