

417. Koľko tepla treba na izotermickú expanziu 2 litrov vodíka tlaku 0,08 MPa na štvornásobný objem? Aký bude výsledný tlak?

$$V_0 = 2 \text{ l} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$V_1 = 4V_0$$

$$p_0 = 0,08 \text{ MPa} = 0,08 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$T = \text{konšt}$$

$$Q = ? \text{ J}$$

$$p_1 = ? \text{ Pa}$$

Pri izotermickom deji je z jeho definície teplota T konštantná, meniť sa môže len tlak a objem. Pre izotermický dej vyplýva so stavovej rovnice ideálneho plynu platnosť vzťahu

$$p_0 V_0 = pV = C \quad (1)$$

kde C je konštanta.

Pri izotermickom rozpínaní plyn koná prácu. Na vykonanie tejto práce potrebuje plyn energiu vo forme tepla, pričom jeho veľkosť sa rovná vykonanej práci

$$Q = A$$

Pre elementárnu objemovú prácu vykonanú plynom platí vzťah

$$dA = p dV$$

odkiaľ je možné vypočítať celkovú objemovú prácu integrovaním

$$A = \int_{V_0}^{V_1} p dV \quad (2)$$

kde V_0 je začiatočný objem, V_1 je konečný objem. Pri izotermickom deji sa však mení tlak v závislosti od zmeny objemu. Využitím (1) platí pre tlak funkcia

$$p = \frac{V_0}{V} p_0$$

Pre prácu vo vzťahu (2) je potom možné písať

$$A = \int_{V_0}^{V_1} \frac{V_0}{V} p_0 dV = p_0 V_0 \int_{V_0}^{V_1} \frac{dV}{V} = p_0 V_0 [\ln V]_{V_0}^{V_1} = p_0 V_0 (\ln V_1 - \ln V_0) = p_0 V_0 \ln \frac{V_1}{V_0}$$

Využitím zadaného pomeru objemov pri začiatočnom a koncovom stave plynu platí pre objemovú prácu, a tým aj teplo vzťah

$$A = Q = p_0 V_0 \ln 4$$

Dosadením zadaných číselných hodnôt vychádza pre hľadané veličiny

$$Q = 221,5 \text{ J}$$

$$p_1 = \frac{p_0}{4} = 0,02 \text{ MPa}$$